

4. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

4.1. Задача кинетостатического исследования

Прямой (первой) задачей динамики является определение неизвестных сил в механизме по заданному закону движения начального звена и некоторым внешним силам. При решении этой задачи подлежат определению реакции в кинематических парах и движущие силы на начальном звене. Силовой анализ механизма необходим при расчете звеньев на прочность, при определении КПД, при расчете подшипников в шарнирах, при выборе двигателя для механизма. Задачу силового анализа механизмов решают на основе принципа Даламбера. Это дает возможность выполнять решение поставленной задачи уравнениями статики. В связи с тем, что уравновешенная система сил является движущейся, то метод силового анализа механизма получил название кинетостатического метода [8, 10].

Задачу силового анализа механизма решают при некоторых допущениях - при предположениях по ограничению или по упрощению существующих реальных свойств технической системы. Это позволяет упростить процесс выполняемого исследования. При силовом анализе механизмов используют такие допущения:

1. Скорость начального звена является постоянной.
2. Система сил в механизме является плоской системой.
3. Отсутствие распределенных нагрузок.
4. Звенья механизма – абсолютно жесткие тела.
5. Повторяющиеся метрические связи отсутствуют.

При выполнении домашнего задания № 3 « Силовой анализ механизма » необходимо по схеме основного резцоперемищающего механизма в задании на курсовое проектирование определить реакции в кинематических парах и движущий момент на начальном звене. При решении поставленной задачи следует:

1. Провести структурный анализ механизма.
2. Определить недостающие размеры звеньев.
3. Найти начальное положение механизма, соответствующее положению инструмента в исходном положении. На чертежном листе формата А1 построить план механизма в положении, соответствующем предпоследнему положению действия силы $Q_{пс}$ полезного сопротивления (силы резания, давления) на рабочем ходу. Это положение выбирается из условия деления рабочего и холостого хода (одного оборота кривошипа) на 12 частей.
4. Построить на чертежном листе планы скоростей и ускорений для выбранного плана механизма.
5. Определить силы, действующие в механизме и их действие условно показать на его плане.
6. Выполнить кинетостатическое исследование механизма, построив на чертежном листе планы отдельных структурных групп и соответствующие планы сил.
7. Построить на чертежном листе рычаг Жуковского (силовую модель механизма) и определить движущий момент на начальном звене механизма.
8. Оценить количественно погрешность кинетостатического исследования.
9. Оформить все необходимые расчеты, пояснения и дополнительные рисунки в пояснительной записке: **Силовой анализ механизма станка.**

4.2. Силы, действующие в механизме

В реальном механизме действуют внешние и внутренние силы. Их значения связаны с выполняемым технологическим процессом. При силовом анализе механизма учитывают силы:

1. Движущие силы. Они сообщают движение звеньям механизма. В точке приложения движущая сила направлена по скорости ее движения или составляет с ней острый угол. Работу движущей силы считают положительной. Движущие силы в механизме являются внешними силами. При кинетостатическом исследовании определяют движущий момент M_0 на начальном звене механизма.

2. Силы полезного сопротивления. К этим силам относят усилия и нагрузки, возникающие при выполнении технологического процесса (силы резания, силы давления в прессах и т.д.). Они приложены к ведомым звеньям механизма. Сила полезного сопротивления в точке приложения всегда направлены против скорости ее движения или образуют с ней тупой угол. Работу этих сил считают отрицательной. Силы полезного сопротивления являются внешними силами.

В механизмах прессового оборудования закон распределения нагрузки при рабочем ходе ведомого звена задают графически. Сила Q_{nc} полезного сопротивления действует только на части S_p полного S_M перемещения ведомого звена. В этом случае при определении силы Q_{nc} для конкретного положения механизма необходимо построить его планы и график распределения нагрузки при рабочем ходе ведомого звена (рис.4.1).

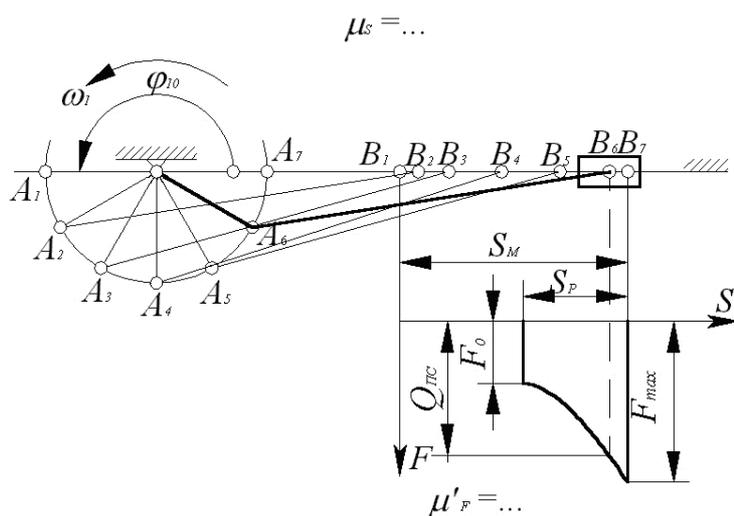


Рис 4.1

Масштабный коэффициент μ'_F сил на графике определяют из условия:

$$\mu'_F = \frac{F_{\max}}{80 \div 120} = \dots \frac{H}{\text{мм}},$$

где F_{\max} - усилие в конце рабочего хода ведомого звена, Н;

$80 \div 120$ - отрезок на графике, соответствующий максимальному усилию F_{\max} , мм.

Исследуемую точку (например, т. B_6) проектируют на график $[F, S]$ и измеряют ее ординату. Тогда сила Q_{nc} полезного сопротивления для исследуемого положения механизма примет значение:

$$Q_{nc} = \mu'_F \cdot Y_{Q_{nc}}, \quad (4.1)$$

где $Y_{Q_{nc}}$ - ордината силы Q_{nc} на графике, мм.

3. Силы тяжести звеньев. К этим силам относят равнодействующую силы тяготения звеньев механизма к земле и центробежной силы инерции, обусловленной вращением земли.

Силу G_i тяжести звена вычисляют по формуле:

$$G_i = m_i \cdot g,$$

где m_i – масса звена, кг;

g – ускорение свободного падения ($g = 9.8156 \text{ м/с}^2$).

При кинетостатическом исследовании считают, что сила тяжести G_i звена приложена в центре его тяжести. Причем, если звено выполнено в виде стержня, то его центр тяжести расположен в центре симметрии звена, а если в виде ползуна или в виде изогнутого стержня, то в центре шарнира. В течение цикла работы механизма силы тяжести могут быть как движущими, так и силами полезного сопротивления. Поэтому работа этих сил в механизме за цикл равна нулю. Эти силы считают внешними силами.

4. Силы инерции. Причиной возникновения этих сил является ускорение движения звеньев механизма. Силы инерции приводят к главным векторам сил F_{ui} и моменту M_{ui} сил инерции и прикладывают к центру тяжести звена. Работа этих сил может быть как положительной, так и отрицательной или равной нулю. Силы инерции направлены против ускорения движения звена. Их вычисляют по формулам:

при поступательном движении-

$$F_{ui} = -m_i \cdot \alpha_{si} = -m_i (\mu_\alpha \cdot \pi S_i), \quad (4.2)$$

при вращательном движении звена, когда ось вращения совпадает с центром его тяжести –

$$M_{ui} = -I_{si} \cdot \varepsilon_i = -I_{si} \cdot \frac{\alpha_{si}^r}{l_{BiAi}} = -I_{si} \cdot \frac{\mu_\alpha \cdot (n_{BiAi} b_i)}{\mu_s \cdot (B_i A_i)}; \quad (4.3)$$

при вращательном движении звена, когда его центр тяжести не совпадает с осью вращения, а так же при плоскопараллельном движении звена –

$$F_{ui} = -m_i \cdot \alpha_{si}, \quad (4.4)$$

$$M_{ui} = -I_{si} \cdot \varepsilon_i, \quad (4.5)$$

где α_{si} - ускорение центра тяжести звена; $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$;

I_{si} - момент инерции звена, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$;

ε_i - угловое ускорение звена, с^{-2} ;

μ_s, μ_a - масштабный коэффициент длины, плана ускорений соответственно;

$\pi S_i, n_{BiAi} b_i$ - отрезок ускорения S_i центра тяжести звена, тангенциального ускорения характерной точки звена на плане ускорения соответственно;

$B_i A_i$ - отрезок на плане механизма, соответствующий длине звена.

Определение значений $\mu_s, \mu_a, \pi S_i, n_{BiAi} b_i$ и $B_i A_i$ дано в разд.2.

5. Силы трения. Эти силы возникают между элементами кинематической пары при их относительном движении. Силы трения являются внутренними силами. Они направлены против скорости относительного движения. Работа этих сил всегда считается отрицательной.

6. Реакции в кинематических парах. Это внутренние силы. Они возникают только тогда, когда нарушаются связи между элементами кинематической пары, т.е. реакции характеризуют действие отброшенных звеньев механизма.

4.3. Геометрическая модель механизма

При определении неизвестной движущей силы на начальном звене механизма используют уравнение мощностей:

$$\sum (F_i \cdot v_i \cdot \cos(F_i, \hat{v}_i)) = 0.$$

Решать это уравнение удобно с помощью рычага Жуковского – силовой модели механизма.

Рычагом Жуковского называется воображаемый жесткий рычаг переменной конфигурации, фигура которого в каждом положении механизма подобна плану скоростей, повернутому на 90° против вращения кривошипа. Рычаг вращается вокруг полюса P_p с угловой скоростью ω_1 начального звена механизма. Масштабный коэффициент μ_p определяют из условия равенства скорости оси А кинематической пары механизма (рис.4.2, а) и ее изображения на рычаге (рис.4.2, б):

$$v_A = v_a$$

или

$$\omega_1 \cdot \mu_s \cdot OA = \omega_1 \cdot \mu_p \cdot p_p \alpha.$$

Откуда следует, что

$$\mu_p = \frac{OA}{p_p \alpha} \cdot \mu_s = \frac{\mu_s}{k}, \quad (4.6)$$

$$\text{где } k = \frac{p_p \alpha}{OA} = 1, 2, 3, \dots$$

При динамическом исследовании механизмов используют теоремы о рычаге:

Теорема 1. Скорость любой точки механизма равна скорости ее изображения на рычаге.

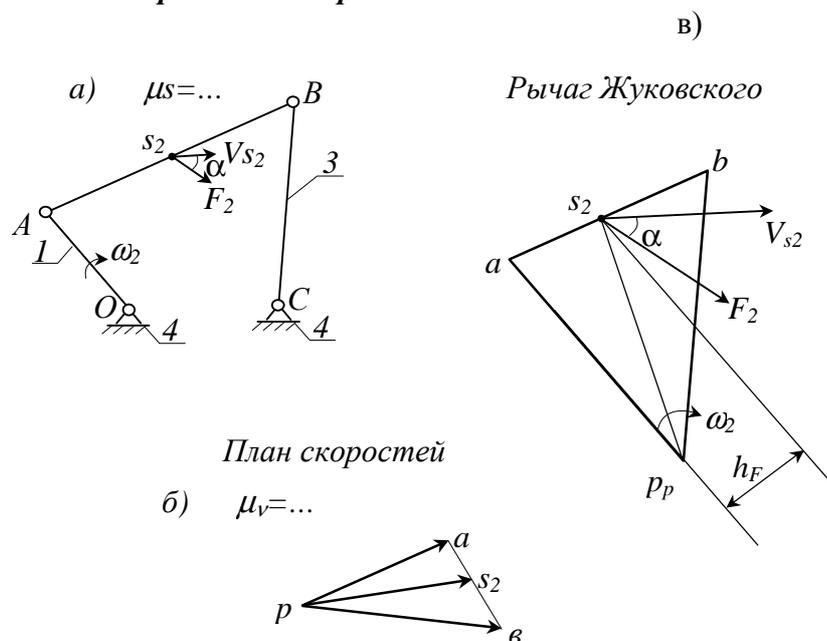


Рис.4.2

Докажем, что для произвольной точки механизма (например, для т. S_2):

$$V_{S_2} = V_{s_2}.$$

В механизме скорость т. S_2 можно определить по рычагу Жуковского (по повернутому плану скоростей). Она равна значению (рис. 4.2, б):

$$v_{s_2} = \mu_v \cdot ps_2 = \omega_1 \cdot \frac{\mu_s}{k} \cdot ps_2,$$

где μ_v - масштабный коэффициент плана скоростей. Его значение вычисляют по формуле:

$$\mu_v = \frac{v_a}{pa} = \omega_1 \cdot \frac{OA}{pa} \cdot \mu_s = \omega_1 \cdot \frac{\mu_s}{k}, \quad k = \frac{pa}{OA} = 1, 2, 3, \dots$$

По направлению V_{S_2} на плане скоростей определяют отрезком ps_2 , а на рычаге - $V_{S_2} \perp p_p s_2$. Скорость т. S_2 на рычаге равна:

$$V_{S_2} = \omega_1 \cdot \frac{\mu_s}{k} \cdot p_p s_2,$$

Причем, при построении рычага принято, что $ps_2 = p_p s_2$. Следовательно, скорости V_{S_2} и V_{s_2} равны по величине. Но они равны и по направлению, так как обе перпендикулярны к $p_p s_2$ на рычаге.

Теорема 2. Мощность силы, перенесенной с механизма параллельно самой себе в соответствующую точку рычага, равна мощности той же силы на механизме и определяется произведением угловой скорости рычага на момент этой силы относительно полюса рычага.

Обозначим силу на механизме буквой F_i и ту же силу на рычаге F'_i . Пусть точкой приложения этой силы на механизме будет т. S_2 (рис. 4.2, а). Тогда мощность силы на механизме выразится так: $F_i \cdot V_{S_2} \cdot \cos(F_i, \wedge V_{S_2})$, а мощность ее на рычаге будет равна $F'_i \cdot V_{s_2} \cdot \cos(F'_i, \wedge V_{s_2})$. Но $\bar{F}_i = \bar{F}'_i$ и $\bar{V}_{S_2} = \bar{V}_{s_2}$. Направления этих векторов на механизме и на рычаге одинаковы, следовательно, углы (α) между ними равны. Отсюда следует равенство мощностей силы на механизме и на рычаге.

Второе предложение теоремы - о выражении мощности произведением ω_1 и момента силы $M_p(F'_i)$ на рычаге, следует из курса теоретической механики. Но его можно легко доказать. Запишем произведение $V_{s_2} \cdot \cos(F'_i, \wedge V_{s_2})$ в таком виде:

$$V_{s_2} \cdot \cos(F'_i, \wedge V_{s_2}) = \omega_1 \cdot \mu_p \cdot p_p s_2 \cdot \cos(F'_i, \wedge V_{s_2});$$

где $p_p s_2 \cdot \cos(F'_i, \wedge V_{s_2})$ - является плечом (h_F) силы F' относительно полюса на чертеже рычага, а умноженное на μ_p - плечом на рычаге. Следовательно, можно записать, что

$$F'_i \cdot V_{s_2} \cdot \cos(F'_i, \wedge V_{s_2}) = \omega_1 \cdot M_p(F'_i);$$

где $M_p(F'_i)$ - момент силы F' на рычаге.

Теорема 3. Если силы, уравновешенные на механизме, перенести параллельно самим себе в соответствующие точки рычага, то они будут уравновешены на рычаге и сумма моментов их относительно полюса рычага будет равна нулю.

Если силы на механизме уравновешены, то сумма их мощностей равна нулю:

$$\Sigma(F_i \cdot V_i \cdot \cos(F_i \wedge V_i)) = 0.$$

Но мощности силы на механизме и на рычаге равны между собой. Следовательно, сумма мощностей сил на рычаге тоже будет равна нулю:

$$\Sigma(F'_i \cdot V_i \cdot \cos(F'_i \wedge V_i)) = 0,$$

где F'_i и V_i - сила и скорость на рычаге.

Согласно предыдущей теореме мощность каждой силы на рычаге равна произведению угловой скорости рычага на момент силы. Следовательно, мощность всех сил будет равна произведению ω_1 на сумму моментов всех сил, т.е.:

$$\Sigma(F'_i \cdot V_i \cdot \cos(F'_i \wedge V_i)) = \omega_1 \cdot \Sigma M_p(F'_i) = 0.$$

Откуда равновесие сил на рычаге и на механизме выразится равенством нулю суммы моментов сил на рычаге, т. к. $\omega_1 \neq 0$:

$$\Sigma(M_p(F'_i)) = 0.$$

Следствие. Чтобы найти одну неизвестную внешнюю силу на механизме (движущую силу или силу сопротивления), достаточно перенести все силы, включая силы инерции и неизвестную силу, с механизма на рычаг Жуковского и решить уравнение моментов относительно полюса рычага.

Замечание: При кинестатическом исследовании механизмов используют два способа переноса моментов сил с механизма на рычаг Жуковского.

Способ 1. Момент силы приводят к двум точкам звена, направляя силы в этих точках согласно знаку момента (рис.4.3). Силы F_M в точках приведения определяют из условия:

$$F_M = \frac{M}{l_{AB}} = \frac{M}{\mu_S \cdot AB}.$$

Затем силы переносят на рычаг в соответствующие точки параллельно самим себе.

Рычаг Жуковского

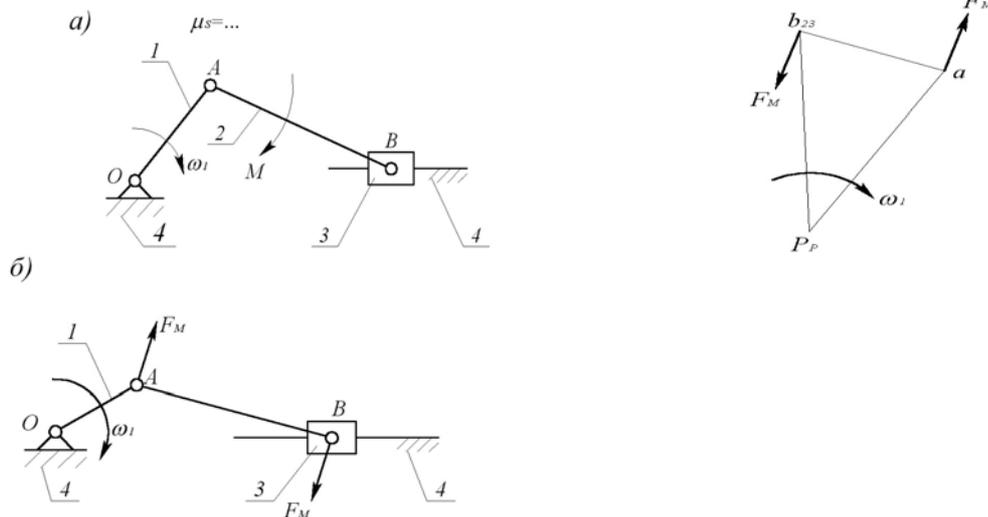


Рис.4.3

Способ 2. Момент силы переносят на рычаг Жуковского из условия равенства их мощностей. Если обозначить момент силы на механизме через M , а на рычаге – через M' , то

$$P = M \cdot \omega_{звена} = M' \cdot \omega_1,$$

где P – мощность момента сил на механизме, на рычаге.

Тогда

$$M' = \frac{\omega_{звена}}{\omega_1} \cdot M. \quad (4.7)$$

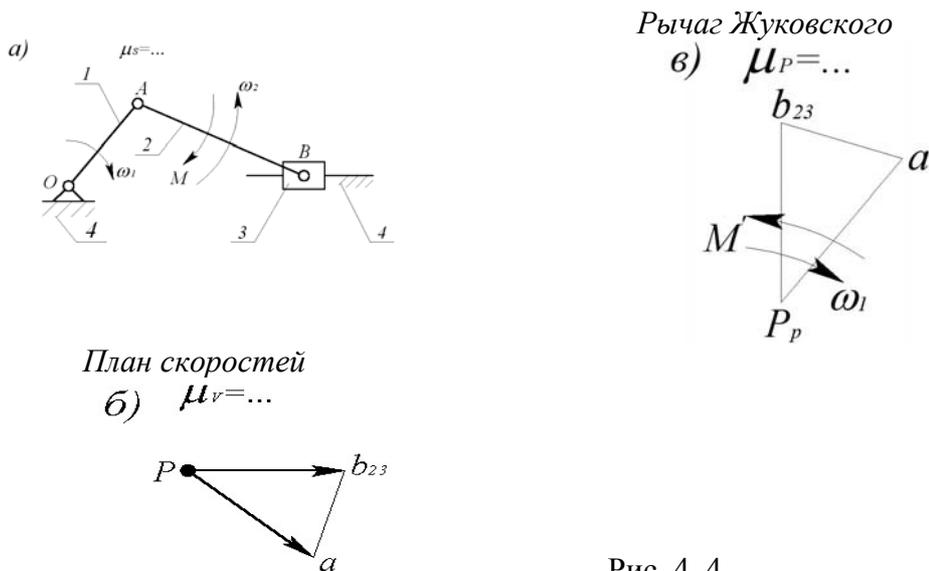


Рис. 4. 4

Направление M^1 момента сил на рычаге определяют из условия знаков ω_1 и $\omega_{\text{звена}}$ (рис.4.4). Если угловые скорости направлены в одну сторону (у ω один и тот же знак), то момент силы не меняет своего направления. При разных знаках ω_1 и $\omega_{\text{звена}}$ момент при переносе должен изменить не только значение, но и направление.

4.4. Общий алгоритм силового анализа механизма

Силовой анализ механизма выполняют в такой последовательности:

1. Построение плана механизма.
2. Структурный анализ.
3. Кинематическое исследование.
4. Определение сил, действующих в механизме.
5. Определение реакций в кинематических парах.
6. Нахождение движущего момента на начальном звене механизма.
7. Контроль кинетостатического исследования механизма.

Построение плана механизма по п.1 выполняют для предпоследнего положения кривошипа на рабочем ходе при условии деления его одного оборота на двенадцать положений. Кинетостатическое исследование структурных групп механизма по п.5 начинают с той структурной группы, в которой приложена известная сила $Q_{\text{пс}}$ полезного сопротивления. После определения реакций в кинематических парах структурной группы ее отбрасывают. Затем кинетостатическое исследование выполняют в следующей группе. Этот процесс продолжают до тех пор, пока определяют движущий момент M_d на начальном звене механизма.

Все графические построения при исследовании выполняют на чертежном листе формата А1(см. приложение), а необходимые расчеты и вспомогательные рисунки – в пояснительной записке.

4.5. Кинетостатическое исследование структурных групп

4.5.1. Общие правила исследования структурных групп

Согласно алгоритму силового анализа механизма, сначала определяют силы, действующие в нем, включая силы инерции. Затем последовательно выполняют исследование структурных групп, начиная с той группы, в которой приложена известная

сила Q_{nc} полезного сопротивления. Не меняя масштабного коэффициента длин μ_s , на чертежном листе рисуют структурную группу. В ней указывают приложенные силы, а действие отброшенных звеньев заменяют соответствующими реакциями. Если отброшенное звено образует со звеном структурной группы вращательную кинематическую пару, то реакция в ней состоит из нормальной составляющей R_{ij}^n и тангенциальной составляющей R_{ij}^t (рис.4.5, а). Первый индекс у реакции соответствует номеру звена ее приложения, а второй индекс – номеру отброшенного звена. Если индексы у реакции поменять местами, то направление реакции будет противоположным, т.е.

$$R_{ij} = - R_{ji}.$$

Реакцию R_{ij}^n направляют вдоль оси звена, а реакцию R_{ij}^t - перпендикулярно к оси этого звена. Если отброшенное звено образует со звеном механизма поступательную кинематическую пару, то реакцию направляют перпендикулярно к направляющей (без учета сил трения)(рис.4.6, а).

Для определения неизвестных реакций составляют либо уравнение моментов относительно оси вращательной кинематической пары – для вычисления тангенциальной составляющей неизвестной реакции, либо составляют векторные равенства равновесия двух или одного звена структурной группы. Причем, если в векторное равенство входят две неизвестные реакции, то одну из них записывают в начале векторного выражения, а другую – в конце этого выражения. Если в векторное равенство входит одна неизвестная реакция, то ее всегда записывают в конце векторного равенства.

Векторное выражение соответствует многоугольнику сил – плану сил. Масштабный коэффициент μ_F плана сил выбирают из условия:

$$\mu_F = \frac{Q_{nc}}{200 \div 300} = \dots \frac{H}{MM}, \quad (4.8)$$

где Q_{nc} - сила полезного сопротивления, Н;

$200 \div 300$ – длина отрезка на чертеже, изображающего на плане силу Q_{nc} , мм.

Тогда отрезок X_{F_i} любой силы на плане будет равен:

$$X_{F_i} = \frac{F_i}{\mu_F} = \dots \text{мм}, \quad (4.9)$$

где F_i – сила, действующая в структурной группе, Н.

Отрезками сил менее 2 мм пренебрегают. Неизвестную силу F_i с плана механизма можно вычислить по формуле:

$$F_i = \mu_F \cdot X_{F_i}. \quad (4.10)$$

В связи с тем, что при рассмотрении условия равновесия звеньев структурной группы векторные выражения равны нулю, то планы сил являются замкнутыми фигурами. При этом должно выполняться правило: *направление векторов сил на плане должно совпадать с направлением обхода многоугольника сил.*

Действие отброшенной структурной группы на механизм заменяют соответствующими реакциями внешних кинематических пар, с помощью которых она присоединяется к этому механизму. Значение указанных реакций принимают равными значениям реакций внешних кинематических пар отброшенной структурной группы, но направляют их в противоположную сторону. Для обозначения реакций на механизме используют ту же символику что и у реакций отброшенной структурной группы, меняя местами только индексы, взаимное расположение которых соответствует направлению этих реакций.

Условимся при рассмотрении структурных групп ее звеньям давать номера 1 и 2, а отброшенным звеньям механизма, с которыми звенья исследуемой структурной группы составляют кинематические пары, присваивать номера 3 и 4. В реальном механизме указанные номера следует заменять действительными номерами звеньев.

Для упрощения понимания алгоритма кинетостатического исследования структурной группы к ее звеньям будем произвольно прикладывать только одну силу F_1 и момент M_1 сил. В реальном механизме к звеньям структурной группы приложены различные силы, например, в центре тяжести i -го звена приложена сила тяжести G_i , сила инерции F_i и момент $M_{ин}$ сил инерции. К одному из звеньев структурной группы может быть приложена сила $Q_{пс}$ полезного сопротивления. Силы, действующие в исследуемой структурной группе, показывают на ее плане векторами произвольной длины.

4.5.2. Определение реакций в двухповодковой структурной группе первого вида

На рис.4.5, а представлена схема структурной группы и указаны приложенные силы F_1, F_2 и моменты M_1 и M_2 сил. В шарнирах А и С действие отброшенных звеньев 3 и 4 заменяют нормальными и тангенциальными реакциями R_{13} и R_{24} :

$$\vec{R}_{13} = \frac{\vec{R}_{13}^n}{\Pi AB} + \frac{\vec{R}_{13}^\tau}{\perp AB}, \quad (4.11)$$

$$\vec{R}_{24} = \frac{\vec{R}_{24}^n}{\Pi BC} + \frac{\vec{R}_{24}^\tau}{\perp BC}. \quad (4.12)$$

Для определения алгоритма кинетостатического исследования структурной группы составляют таблицу определяемых реакций (табл. 4.1).

ТАБЛИЦА 4.1

№ п/п	Определяемая реакция	Вид уравнения	На каком звене равновесие
1	R_{13}^τ	$\Sigma M_B = 0$	1
2	R_{24}^τ	$\Sigma M_B = 0$	2
3	R_{13}^n и R_{24}^n .	$\Sigma F = 0$	1 и 2
4	R_{12} (R_{21})	$\Sigma F = 0$	1 (2)

Уравнения равновесия имеют вид:

$$1. \Sigma M_B = +R_{13}^\tau \cdot \mu_s \cdot AB - M_1 + F_1 \cdot \mu_s \cdot h_{F1} = 0.$$

$$2. \Sigma M_B = R_{24}^\tau \cdot \mu_s \cdot BC - M_2 - F_2 \cdot \mu_s \cdot h_{F2} = 0.$$

$$3. \Sigma F = \frac{\vec{R}_{13}^n}{\Pi AB} + \frac{\vec{R}_{13}^\tau}{\perp AB} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \frac{\vec{R}_{24}^\tau}{\perp BC} + \frac{\vec{R}_{24}^n}{\Pi BC} = 0.$$

$$4. \Sigma F = \frac{\vec{R}_{13}^n}{\perp} + \frac{\vec{R}_{13}^\tau}{\perp} + \vec{F}_1 + \vec{R}_{12} = 0.$$

В уравнениях (1) и (2) отрезки h_{F1} и h_{F2} – плечи действия сил F_1 и F_2 , а отрезки АВ и ВС – плечи действия реакций R_{13}^τ и R_{24}^τ , определяют измерением на плане структурной группы. Решая эти выражения, вычисляют реакции R_{13}^τ и R_{24}^τ .

Векторное выражение (3) соответствуют многоугольнику сил - плану сил. Сначала по формуле (4.9) находят отрезки известных сил. При построении плана сил проводят линию, параллельную линии действия реакции R_{13}^n - параллельную звену АВ (рис.4.5, б). На ней произвольно берут точку и на перпендикуляре к линии откладывают отрезок реакции R_{13}^r , согласовывая направление отрезка с направлением силы.

Далее последовательно и параллельно силам откладывают отрезки сил, входящих в выражение (3). Отрезок реакции R_{24}^n лежит на линии, параллельной звену ВС. Из конца вектора R_{24}^r проводят эту линию. Она пересекает линию, параллельную звену АВ, тем самым, определяя отрезки реакций R_{13}^n и R_{24}^n . Их измеряют и по формуле (4.10) вычисляют значение этих реакций.

План сил по векторному выражению (4) можно не строить, если при построении многоугольника сил по векторному выражению (3) последовательно отложить все силы, приложенные к звену 1. Чтобы получить второй многоугольник сил, достаточно на этом плане сил провести прямую линию, замыкающую многоугольники сил каждого звена. Полученный отрезок соответствует реакции R_{12} (R_{21}). Его измеряют и по формуле (4.10) вычисляют значение этой реакции.

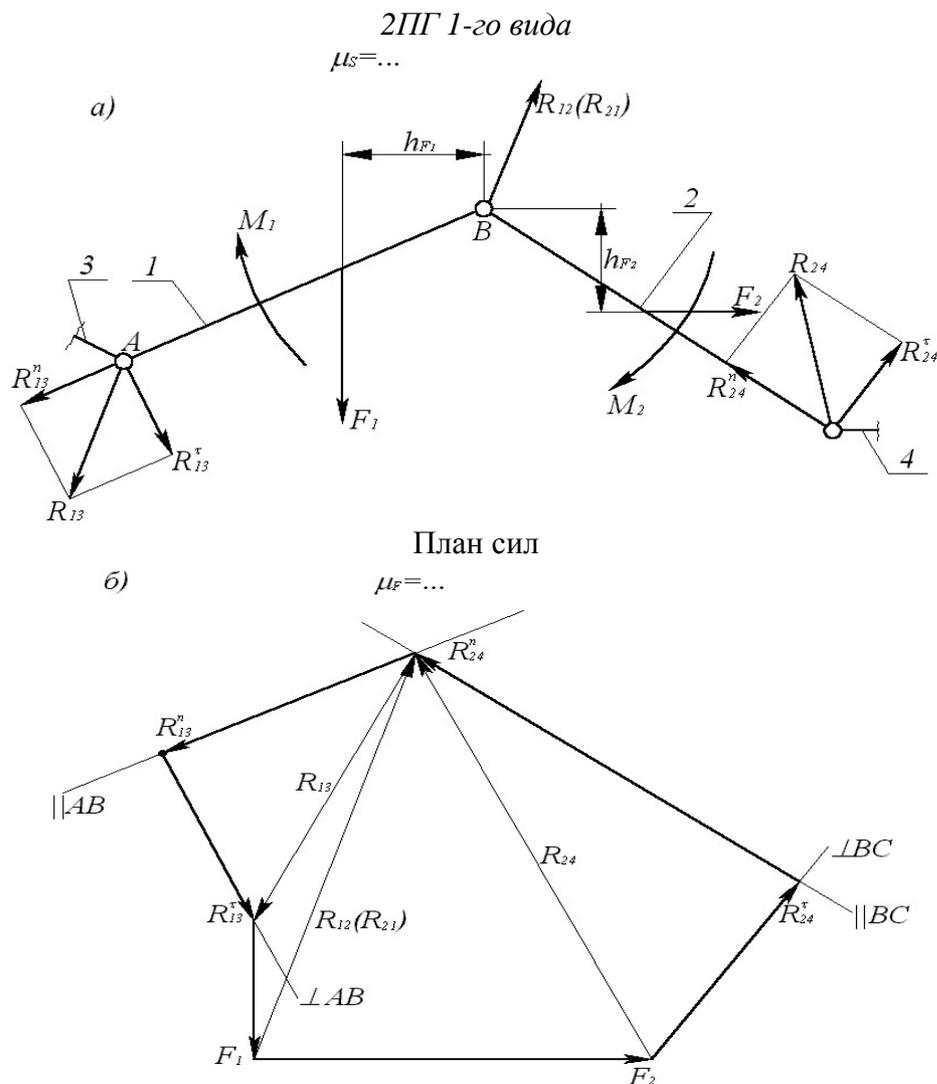


Рис.4.5

4.5.3. Определение реакций в двухповодковой структурной группе второго вида

На рис.4.6, а представлена схема структурной группы и указаны некоторые силы F_1 , F_2 и моменты M_1 , M_2 сил, действующие в ней. Во внешнем шарнире А действие отброшенного звена 3 заменяют нормальной R_{13}^n и тангенциальной R_{13}^r составляющими реакции R_{13} (4.11). Действие отброшенного звена 4 на структурную группу заменяют реакцией R_{24} , направленной перпендикулярно к оси ползуна и расположенной на расстоянии X_2 от оси шарнира В. Для определения алгоритма кинестатического исследования структурной группы составляют таблицу определяемых реакций (табл. 4.2).

ТАБЛИЦА 4.2

№ п/п	Определяемая реакция	Вид уравнения	На каком звене равновесие
1	R_{13}^r	$\Sigma M_B = 0$	1
2	R_{13}^n и R_{24}	$\Sigma F = 0$	1 и 2
3	R_{12} (R_{21})	$\Sigma F = 0$	1(2)
4	X_2	$\Sigma M_B = 0$	2

Уравнения равновесия имеют вид:

$$1. \Sigma M_B = -R_{13}^r \cdot \mu_s \cdot AB + M_1 - F_1 \cdot \mu_s \cdot h_{F_1} = 0.$$

$$2. \Sigma F = \frac{R_{13}^n}{\|AB\|} + \frac{R_{13}^r}{\perp AB} + \underline{F_1} + \underline{F_2} + \frac{\vec{R}_{24}}{\perp x-x} = 0.$$

$$3. \Sigma F = \vec{R}_{13}^n + \vec{R}_{13}^r + \vec{F_1} + \vec{R}_{12} = 0.$$

$$4. \Sigma M_B = M_2 - R_{24} \cdot \mu_s \cdot X_2 = 0.$$

В уравнении (1) отрезок АВ – плечо действия реакции R_{13}^r , а отрезок АВ – плечо действия реакции R_{13}^n . Их измеряют на плане исследуемой структурной группы. Решая уравнение(1), вычисляют реакцию R_{13}^r .

Векторные выражения (2) и (3) соответствуют двум многоугольникам сил – планам сил. По формуле (4.9) находят отрезки всех сил, входящих в уравнение (2). При построении плана сил сначала проводят линию, параллельную звену АВ – линию действия реакции R_{13}^n (рис.4.6, б). На этой линии произвольно берут точку и на перпендикуляре к ней откладывают отрезок реакции R_{13}^r , согласовывая направление отрезка с направлением силы. Далее последовательно и параллельно силам откладывают отрезки известных сил, составляющих выражение (2) в табл.4.2.

Неизвестный отрезок реакции R_{24} лежит на линии, перпендикулярной к оси X-X, Проводят эту линию. Она пересекает линию АВ, тем самым в замкнутом многоугольнике сил находят отрезки определяемых реакций R_{13}^n и R_{24} . Их измеряют и по формуле (4.10) вычисляют значение этих сил. План сил по векторному выражению (3) отдельно можно не строить, если при построении многоугольника сил по векторному выражению (2) сначала нанести все силы, приложенные к звену 1. Чтобы получить многоугольник сил по выражению (3), достаточно на первом плане провести прямую линию, замыкающую многоугольники сил для каждого звена. Полученный отрезок соответствует реакции R_{21} (R_{21}). Его измеряют и по формуле (4.10) вычисляют значение этой реакции.

В уравнении (4) отрезок X_2 –предполагаемая координата приложения реакции R_{24} . Для ее вычисления решают это уравнение. Причем, реакция R_{21} со стороны звена 1 на звено 2 проходит через ось шарнира В и ее момент относительно т. В равен нулю.

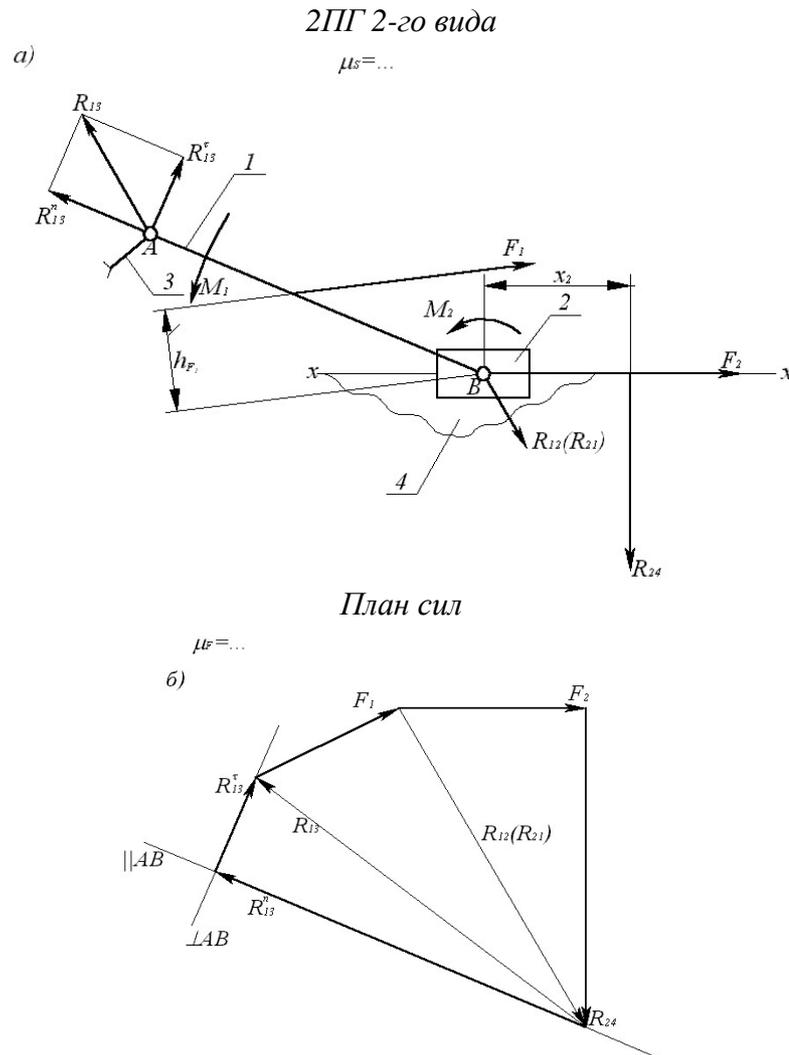


Рис.4.6

Примечание. В реальном механизме (для большинства решаемых задач) все силы, приложенные к ползуну, проходят через ось его вращательной кинематической пары. В этом случае координата x_2 равна нулю.

4.5.4. Определение реакций в двухповодковой структурной группе третьего вида

На рис. 4.7, а представлена схема структурной группы и указаны некоторые силы F_1, F_2 и моменты M_1, M_2 сил, приложенные к ней. Действие отброшенных звеньев 3 и 4 на структурную группу заменяют соответствующими реакциями R_{13} и R_{24} . Для этого через оси наружных шарниров А и С проводят прямую АС. Реакцию R_{13} в шарнире А раскладывают на нормальную R_{13}^n и тангенциальную R_{13}^τ составляющие. Причем, реакцию R_{13}^n направляют вдоль прямой АС, а реакцию R_{13}^τ - перпендикулярно к ней.

Примечание. Если ось шарнира С расположена на оси звена 1, то реакцию R_{13} раскладывают на составляющие реакции относительно оси этого звена(рис.4.7,б).

Для определения алгоритма кинестатического исследования структурной группы составляют таблицу определяемых реакций (табл. 4.3).

Примечание. В реальном механизме (для большинства решаемых задач) все силы, приложенные к ползуну, проходят через ось его вращательной кинематической пары. В этом случае координата x_2 равна нулю.

ТАБЛИЦА 4.3

№ п/п	Определяемая реакция	Вид уравнения	На каком звене равновесие
1	R_{13}^r	$\sum M_c = 0$	1 и 2
2	R_{13}^n и R_{12}	$\sum F = 0$	1
3	R_{24}	$\sum F = 0$	2
4	X_2	$\sum M_c = 0$	2

Уравнения равновесия имеют вид:

$$1. \sum M_c = R_{13}^r \cdot \mu_s \cdot AC - M_1 - M_2 + F_1 \cdot \mu_s \cdot h_{F1} - F_2 \cdot \mu_s \cdot h_{F2} = 0.$$

$$2. \sum F = \frac{R_{13}^n}{\text{IIAC}} + \frac{R_{13}^r}{\text{IAC}} + \frac{F_1}{\text{I}} + \frac{R_{12}}{\perp AB} = 0.$$

$$3. \sum F = \frac{R_{21}}{\text{I}} + \frac{F_2}{\text{II}} + R_{24} = 0.$$

$$4. \sum M_c = -M_2 - F_2 \cdot \mu_s \cdot h_{F2} + R_{21} \cdot \mu_s \cdot X_2 = 0.$$

В уравнении (1) AC – плечо действия силы R_{13}^r , h_{F1} – плечо действия силы F_1 , h_{F2} – плечо действия силы F_2 . Их измеряют на плане исследуемой структурной группы. Решая уравнение (1), вычисляют реакцию R_{13}^r . Векторное выражение (2) соответствует многоугольнику сил – плану сил (рис.4.7, в). При этом отрезки известных сил вычисляют по формуле (4.9). При построении плана сил сначала проводят прямую линию параллельную оси AC – линию действия реакции R_{13}^n . К этой линии в произвольной точке проводят перпендикуляр, на котором откладывают отрезок реакции R_{13}^r , согласовывая его направление с направлением реакции. Затем последовательно откладывают отрезки известных сил, составляющих выражение (2).

Неизвестный отрезок реакции R_{12} лежит на линии, перпендикулярной к оси звена 2. Эта линия пересекает прямую, параллельную оси AC, тем самым замыкает контур плана сил, определяя отрезки неизвестных реакций R_{13}^n и R_{12} . Их измеряют и по формуле (4.10) вычисляют значение этих сил. План сил по выражению (3) строят относительно реакции R_{12} , найденной из уравнения (2). Сначала по формуле (4.9) находят отрезки известных сил, а затем строят многоугольник сил в соответствии с выражением (3).

2ПГ 3-го вида

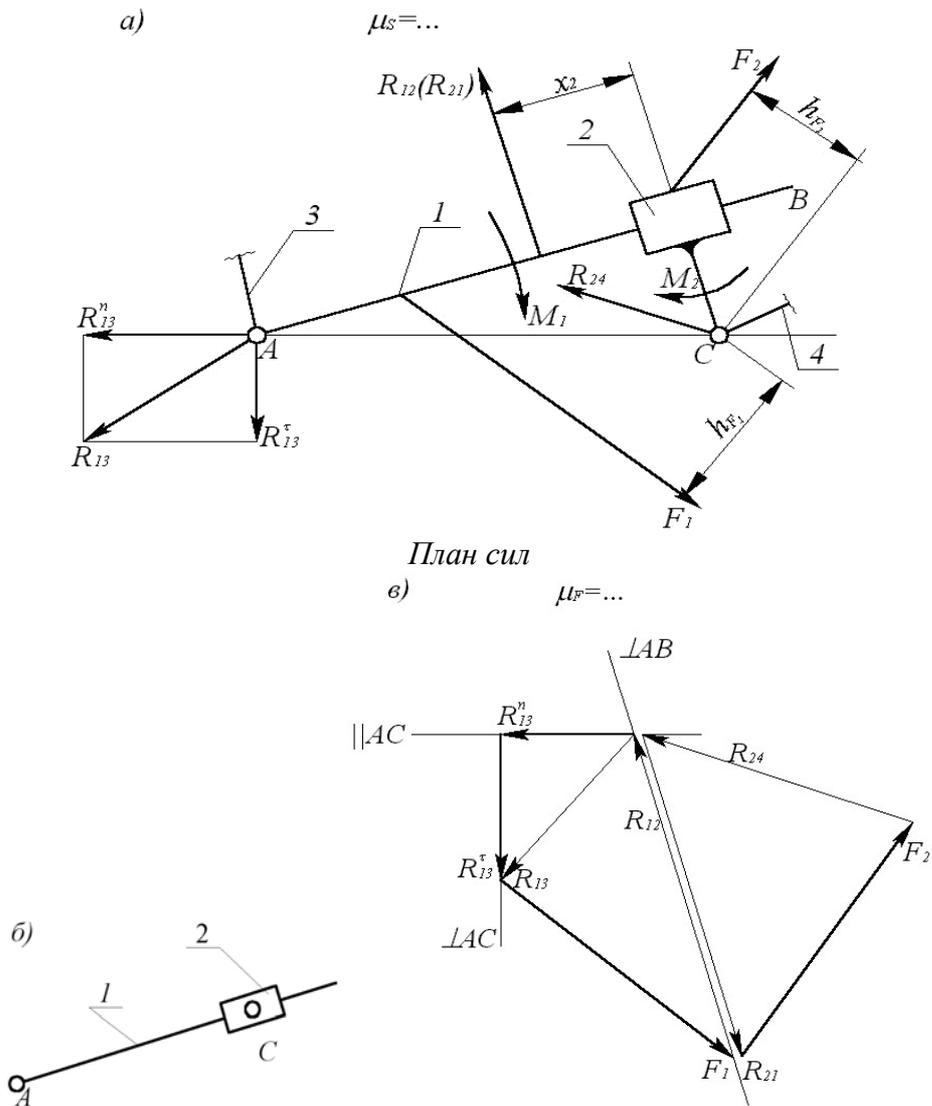


Рис.4.7

Неизвестная реакция R_{24} лежит на прямой линии, замыкающей многоугольник сил для звена 2. Отрезок реакции R_{24} измеряют и по формуле (4.10) вычисляют ее значение.

В уравнении (4) h_{F_2} – плечо действия силы F_2 , X_2 – плечо действия реакции R_{21} . Плечо h_{F_2} измеряют на плане механизма и из уравнения (4) вычисляют отрезок X_2 – координату приложения реакции R_{21} (R_{12}).

4.5.5. Определение реакций в двухповодковой структурной группе четвертого вида

На рис.4.8, а представлена схема структурной группы и указаны приложенные силы F_1 , F_2 и моменты M_1 , M_2 сил. Действие отброшенных звеньев 3 и 4 на структурную группу заменено соответствующими реакциями R_{13} и R_{24} . Линии их действия перпендикулярны к направляющим X-X и Y-Y и смещены относительно оси шарнира В на расстояния X_1 и X_2 соответственно. В шарнире В реакцию R_{21} (R_{12}) направляют произвольно. Для определения алгоритма силового исследования структурной группы составляют таблицу определяемых реакций (табл.4.4).

ТАБЛИЦА 4. 4

№ п/п	Определяемая реакция	Вид уравнения	На каком звене равновесие
1	R_{13} и R_{24}	$\Sigma F = 0$	1 и 2
2	R_{12} (R_{21})	$\Sigma F = 0$	1 (2)
3	X_1	$\Sigma M_B = 0$	1
4	X_2	$\Sigma M_B = 0$	2

Уравнения равновесия для звеньев структурной группы имеют вид:

$$1. \Sigma F = \frac{\vec{R}_{13}}{\perp x - x} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \frac{\vec{R}_{24}}{\perp y - y} = 0.$$

$$2. \Sigma F = \vec{R}_{13} + \vec{F}_1 + \vec{R}_{12} = 0.$$

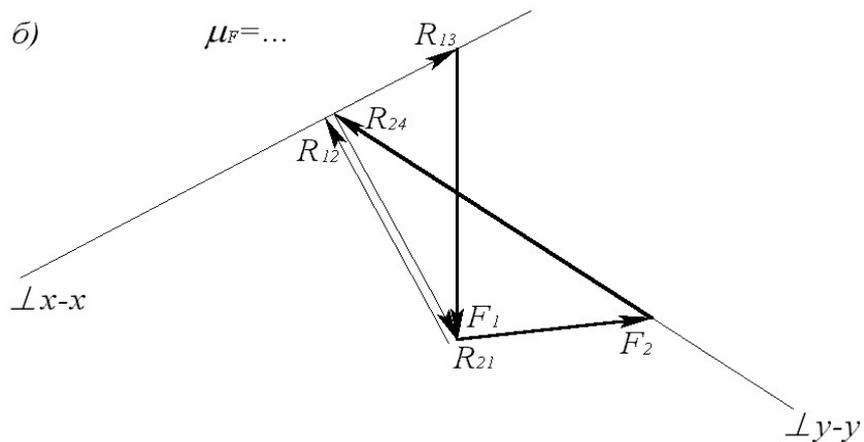
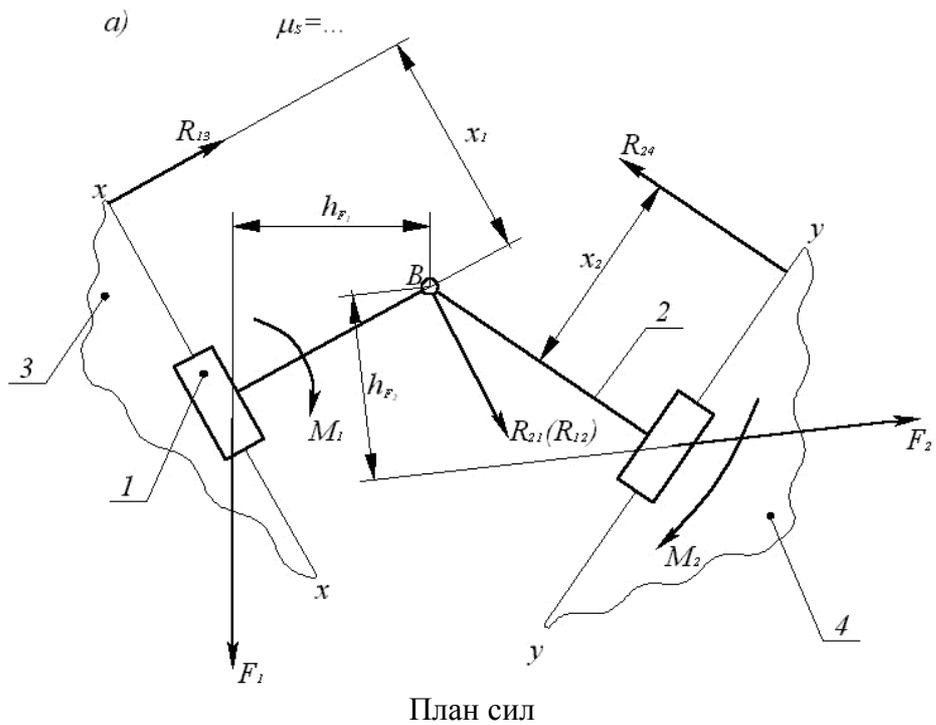
$$3. \Sigma M_B = -R_1 \cdot \mu_s \cdot X_1 - M_1 + F_1 \cdot \mu_s \cdot h_{F1} = 0.$$

$$4. \Sigma M_B = R_{24} \cdot \mu_s \cdot X_2 - M_2 + F_2 \cdot \mu_s \cdot h_{F2} = 0.$$

Для определения неизвестных реакций по векторному выражению (1) строят план сил (рис.4.8, б). Сначала по формуле (4.9) вычисляют отрезки известных сил. Затем перпендикулярную к направляющей X-X проводят прямую линию. На ней из произвольной точки параллельно и по направлению силы F_1 откладывают отрезок этой силы. Далее последовательно откладывают отрезки сил, приложенные к структурной группе. Для замыкания многоугольника сил из конца силы F_2 проводят прямую линию, перпендикулярную к направляющей Y-Y, тем самым находят отрезки реакций R_{13} и R_{24} . Модули этих сил вычисляют по формуле (4.10).

При определении реакции R_{12} (R_{21}) многоугольник сил по векторному выражению (2) отдельно можно не строить. Для определения этой реакции достаточно на построенном плане сил конец вектора F_1 (начало вектора F_2) и начало вектора R_{13} (конец вектора R_{24} .) замкнуть отрезком прямой линии. Это возможно, если при построении плана сил последовательно группировать все силы, приложенные к одному звену. Модуль реакции R_{12} (R_{21}) вычисляют по формуле (4.10).

Примечание. В реальном механизме (для большинства решаемых задач) все силы, приложенные к ползуну, проходят через ось его вращательной кинематической пары. В этом случае координаты X_1 и X_2 равна нулю.



4.5.6. Определение реакций в двухповодковой вида

структурной группе пятого

На рис.4.9, а представлена схема структурной группы и указаны приложенные к ней силы F_1 , F_2 , M_1 и M_2 . Действие отброшенных звеньев 3 и 4 заменены соответствующими реакциями R_{13} и R_{24} . Для определения алгоритма силового анализа структурной группы составляют таблицу определяемых реакций (табл.4.5).

Таблица 4. 5

№ п/п	Определяемая реакция	Вид уравнения	На каком звене равновесие
1	R_{12} и R_{24}	2	$\Sigma F = 0$
3	X_1	1	$\Sigma M_A = 0$
4	X_2	1 и 2	$\Sigma M_A = 0$
2	R_{13}	1	$\Sigma F = 0$

Примечание. В реальном механизме (для большинства решаемых задач) все силы, приложенные к ползуну, проходят через ось его вращательной кинематической пары. В этом случае координаты X_1 и X_2 равны нулю.

Уравнения равновесия имеют вид:

$$1. \sum F = \frac{R_{21}}{\perp x-x} + F_2 + \frac{R_{24}}{\perp y-y} = 0.$$

$$2. \sum F = \overline{R_{12}} + \overline{F_1} + \overline{R_{13}} = 0.$$

$$3. \sum M_A = M_1 - F_1 \cdot \mu_s \cdot h_{F1} - R_{12} \cdot \mu_s \cdot X_1 = 0.$$

$$4. \sum M_A = M_1 - M_2 - F_1 \cdot \mu_s \cdot h_{F2} - F_2 \cdot \mu_s \cdot h_{F2} - R_{24} \cdot \mu_s \cdot X_2 = 0.$$

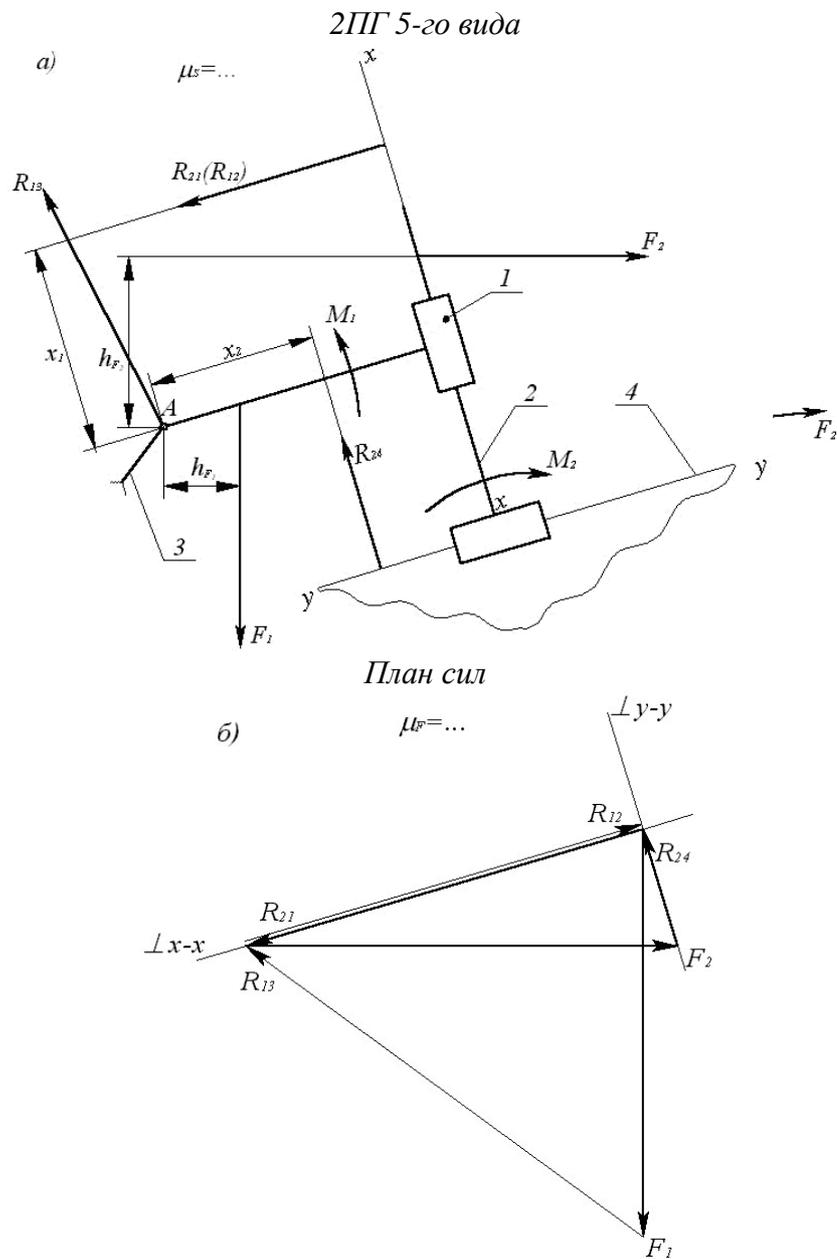


Рис.4.9

По уравнению (1) строят план сил (рис.4.9, б). Сначала определяют по формуле (4.9) отрезки известных сил. Затем проводят линию, перпендикулярную к направляющей X-X. На ней из произвольной точки проводят прямую линию, параллельную силе F_2 . На этой линии откладывают отрезок силы F_2 , согласовывая его направление с F_2 . Из конца вектора силы F_2 проводят прямую линию, перпендикулярную к направляющей У-У. Точка пересечения прямых линий X-X и У-У определяет отрезки реакций R_{21} и R_{24} соответственно. Значения этих реакций вычисляют по формуле (4.10).

План сил по векторному выражению (2) можно совместить с многоугольником сил по векторному выражению (1). Учитывая, что $R_{12} = -R_{21}$, необходимо по направлению силы F_1 из начала вектора R_{21} отложить отрезок силы F_1 и соединить прямой линией концы отрезков сил F_1 и R_{21} .

Полученный отрезок соответствует реакции R_{13} . Его измеряют и по формуле (4.10) вычисляют модуль этой реакции. В выражениях (3) и (4) отрезки h_{F1} и h_{F2} соответствуют плечам действия сил F_1 и F_2 . Их измеряют на плане структурной группы. Решая выражения (3) и (4), вычисляют отрезки X_1 и X_2 – координаты приложения реакций R_{12} и R_{24} на направляющих соответственно.

4.6. Определение движущих сил на начальном звене исследуемого механизма

Рисуют начальное звено (кривошип) механизма, т. е. у начального механизма отбрасывают стойку. К начальному звену по направлению угловой скорости ω_1 прикладывают движущий момент $M_{\partial 1}$ и на оси вращения кривошипа – силу тяжести G_1 . Действие на начальное звено отброшенных звеньев 2 и 3 заменяют соответствующими реакциями R_{12} и R_{13} (рис.4.10, а).

Примечание. Реакция R_{13} должна быть известна по величине и направлению. Для ее определения выполняют кинестатическое исследование структурных групп механизма.

Составляют таблицу определяемых реакций (табл.4.6).

ТАБЛИЦА 4. 6

№ п/п	Определяемая реакция	Вид уравнения	На каком звене равновесие
1	$M_{\partial 1}$	$\sum M_0 = 0$	1
2	R_{12}	$\sum F = 0$	1

Уравнения равновесия имеют вид:

$$1. \sum M_0 = M_{\partial 1} - R_{13} \cdot \mu_s \cdot h_{R13} = 0.$$

$$2. \sum F = \overrightarrow{R_{13}} + \overrightarrow{G_1} + \overrightarrow{R_{21}} = 0.$$

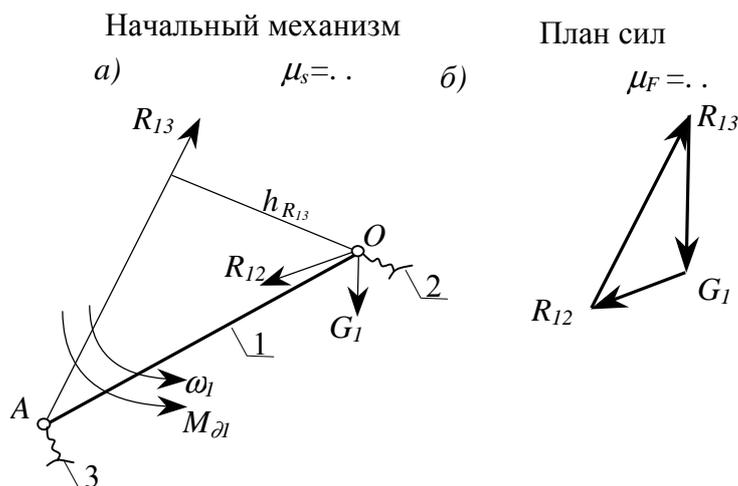


Рис. 4.10

В уравнении (1) отрезок $h_{R_{13}}$ – плечо действия реакции R_{13} . Его измеряют на плане и из уравнения (1) вычисляют движущий момент M_{d1} . Знание M_{d1} необходимо для выбора двигателя механизма. Векторное выражение (2) соответствует плану сил для начального звена (рис.4.10, б). По формуле (4.9) вычисляют отрезки известных сил. Затем строят план сил. Неизвестная реакция R_{12} лежит на прямой линии, замыкающей отрезки сил R_{13} и G_1 . Отрезок реакции R_{12} измеряют на плане сил и по формуле (4.10) вычисляют ее значение.

4.7. Контроль кинестатического исследования механизма

Достоверность результатов кинестатического исследования механизма проверяют по формуле:

$$\Delta = \frac{M_{d2} - M_{d1}}{M_{d1}} \cdot 100\% = \dots\%, \quad (4.13)$$

где Δ - погрешность исследования;

M_{d2} - движущий момент на начальном звене, Н. Его значение вычисляют с помощью рычага Жуковского – геометрической модели механизма.

Погрешность Δ кинестатического исследования механизма не должна превышать $\pm 5\%$.

Согласно следствию из теоремы 3 в разд.4.3 сначала строят рычаг Жуковского. На него переносят все силы, включая силы инерции, прикладывают неизвестный движущий момент M_{d2} и решают уравнение моментов относительно полюса рычага, т.е. уравнение вида:

$$\sum (M_p \cdot (F_i)) = 0.$$

Причем, моменты M_i сил и моменты M_{in} сил инерции переносят с механизма на рычаг Жуковского любым из двух способов, описанных в разд. 4.3.

Например, для механизма на рис.4.11, а, **нагруженного условно** некоторыми силами, уравнение моментов относительно полюса рычага примет вид (рис.4.11, б, в):

$$M_{d2} + M'_2 + Q_{nc} \cdot \mu_p \cdot (r_p v_{23}) - G_2 \cdot \mu_p \cdot h_{G2} = 0,$$

где h_{G2} - плечо действия силы G_2 , мм. Его измеряют непосредственно на рычаге.

Решая это уравнение моментов, находят неизвестный движущий момент $M_{\partial 2}$ на начальном звене исследуемого механизма .

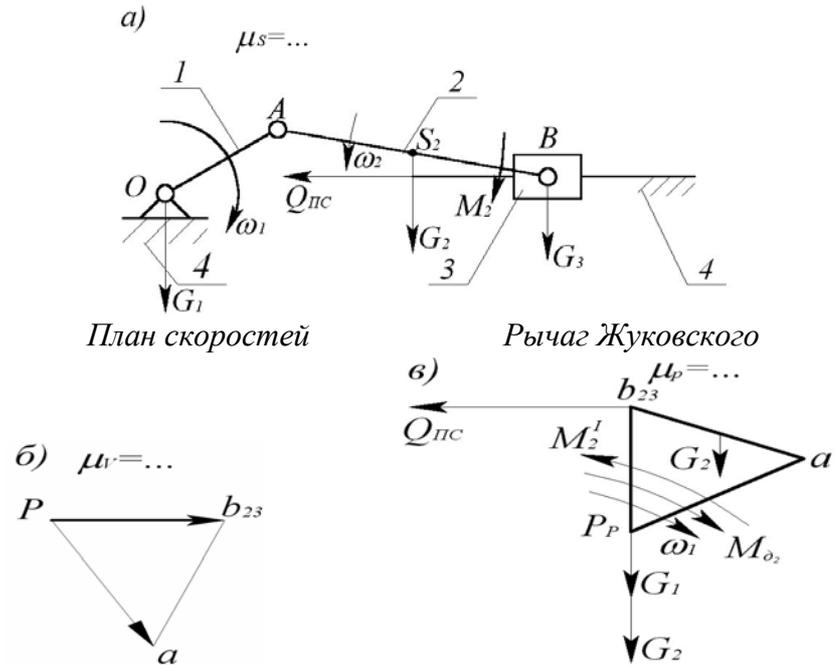


Рис.4.11

Примечание. Пример выполнения силового анализа механизма дан в приложении 3.